TAXATION OPTIMALE

COHÉRENCE TEMPORELLE

- Nous allons nous poser une série de questions plus ou moins reliées à des questions de taxation, pour un gouvernement chargé de *financer des dépenses publiques données*.

- Nous allons commencer par voir quelques résultats classiques, puis amener des questions ayant à voir avec des questions de commitement du gouvernement aux politiques annoncées.

Équivalence Ricardienne:

- Considérons un gouvernement qui cherche à financer des dépenses publiques *données*.

→ séquence de dépenses $\{g_t\}_{t=0...+\infty}$.

- Commençons par supposer qu'il soit possible d'implémenter des taxes forfaitaires.

→ le gouvernement peut choisir des taxes forfaitaires $\{T_t\}_{t=0...+\infty}$.

- Le gouvernement peut aussi financer ses dépenses avec de la dette.

→ le gouvernement peut choisir des bons $\{B_t\}_{t=0...+\infty}$.

(modélisés comme des bons à une période.)

- Le choix de bons et de taxes doit satisfaire la contrainte de budget gouvernementale:

$$g_t + B_t(1 + r_t) = B_{t+1} + T_t, \quad \forall t.$$

(B_t sont les bons émis à $t-1$ et remboursé à t; r_t est le taux d'intérêt.)

(On peut supposer que $B_0 = 0$. Le prix d'un bon est $p_t^b = 1/(1 + r_t)$.)

- Problème du consommateur:

Dénotons s_{t+1}, l'épargne de l'individu à la date t. Le problème est donc de

$$\max_{\{c_t, l_t\}} \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t, l_t),$$

$$t.q.\ c_t + s_{t+1} = w_t(1 - l_t) - T_t + s_t(1 + r_t).$$

- Pour démontrer ce que l'on appelle l'"équivalence Ricardienne", on n'a en fait pas besoin de résoudre le problème de maximisation.

Équivalence Ricardienne

- On veut imposer une condition pour empêcher les pyramides à la Ponzi:

→ La valeur présente de tous les bons (ou de l'épargne) est égale à zéro (cela requiert que s_t soit un montant fini à la limite - *on ne peut pas infiniment emprunter pour rembourser*):

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{s_t}{\prod_{i=1}^{t-1}(1+r_i)} = 0.$$

- Jetons un coup d'œil à la contrainte de budget du consommateur:

Nous allons procéder en résolvant chaque période pour s_{t+1} (à partir de la contrainte de budget du consommateur) et en l'insérant dans la contrainte de budget de la période suivante; et en répétant cette procédure:

On voit alors apparaître une relation récursive

$$c_0 + \sum_{j=1}^{t} \frac{c_j}{\prod_{i=1}^{j}(1+r_i)} + \frac{s_{t+1}}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)} = w_0(1-l_0) - T_0 + \sum_{j=1}^{t} \frac{w_j(1-l_j) - T_j}{\prod_{i=1}^{j}(1+r_i)}.$$

À la limite (avec la condition Non-Ponzi),

$$c_0 + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{c_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)} = w_0(1-l_0) - T_0 + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{w_t(1-l_t) - T_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)}.$$

Ceci est une contrainte de budget intertemporelle de l'individu.

- Regardons maintenant la contrainte de budget du gouvernement

$$g_t + B_t(1 + r_t) = B_{t+1} + T_t.$$

Étant donné, qu'en équilibre, on a équilibrage du marché des bons, $s_{t+1} = b_{t+1}, \; \forall t$ et donc

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{b_t}{\prod_{i=1}^{t-1}(1 + r_i)} = 0.$$

- Répétant le même calcul que précédemment, on trouve une contrainte de budget intertemporelle pour le gouvernement

$$g_0 + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{g_t}{\prod_{i=1}^{t}(1 + r_i)} = T_0 + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{T_t}{\prod_{i=1}^{t}(1 + r_i)}.$$

La valeur présente des dépenses est égale à la valeur présente des taxes.

En combinant les deux contraintes intertemporelles, nous obtenons

$$c_0 + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{c_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)} = w_0(1-l_0) + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{w_t(1-l_t)}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)} - g_0 - \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{g_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)}.$$

- On voit que c'est la séquence de dépenses gouvernementales qui est important pour l'individu.

- Quand les taxes sont forfaitaires et parfaitement anticipées, la séquence de taxes choisie n'affecte pas le consommateur, du moment que la contrainte intertemporele du gouvernement est satisfaite et que les bons satisfont la contrainte gouvernementale à chaque période).

Discussion:

Bien sûr, un résultat aussi puissant est basé sur des hypothèses fortes.

1. Les taxes sont forfaitaires. Des taxes sur les revenus du travail ou du capital amèneraient des distortions et donc des effects de substitution.
2. Le consommateur vit infiniment. Si ce n’est pas le cas, un ménage percevrait une augmentation des taxes dans le futur, accompagnée d’une réduction maintenant comme un effet de richesse positive.
3. Les marchés des capitaux sont parfaits.

Nous allons maintenant nous intéresser au cas où les taxes forfaitaires ne sont pas disponibles.

Seules les taxes sur les revenus du travail et du capital sont disponibles.

QUESTION:

Quel est le meilleur “mix” de taxes pour financer une séquence de dépenses publiques *donnée*?

- TAXATION OPTIMALE AVEC COMMITEMENT

Nous pensons toujours à un gouvernement devant financer des dépenses données, mais seulement par l'intermédiaire de taxes distortionnaires.

Quelle est la séquence optimale des taux de taxation sur la capital et le travail?

L’équilibre compétitif

Considérons d’abord l’équilibre compétitif pour des dépenses et des taux de taxation donnés.

Ménages: représentatif, horizon infini. Préférences telles que

$$u(c_t, l_t),$$

où c_t est la consommation et l_t le loisir.

Taux d’escompte: β. Dotation en temps: $h_t + l_t = 1$

Firmes:

Les firmes usent une technologie de production

$$f(h_t, k_t),$$

et louent travail et capital aux prix w_t et r_t.

Gouvernement:

- Les taux de taxation $\{\tau_t^k\}$ et $\{\tau_t^h\}$ peuvent varier au cours du temps.

- Le gouvernement a aussi accès à des bons à une période, b_t. Ceux-ci sont dénominés en termes de biens de consommation à la date t et prennent maturité au début de la période t.

La contrainte de budget gouvernementale est telle que

$$g_t = \tau_t^k r_t k_t + \tau_t^h w_t h_t + \frac{b_{t+1}}{R_t} - b_t,$$

où R_t est le rendement de ces bons détenus de t à $t+1$ (donc nous exemptons les intérêts d'être taxés).

Ressource de contrainte agrégée:

La production en période t peut être consommée par les ménages, utilisée par le gouvernement ou peut augmenter le stock de capital productif:

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + g_t = f(h_t, k_t).$$

Remarquez que $\{g_t\}_{t=0..+\infty}$ **est donnée**.

Optimisation:

Problème de la firme:

La maximisation des profits implique comme d'habitude que les prix des facteurs sont égaux à leurs produits marginaux respectifs

$$\begin{cases} w_t = f_1(h_t, k_t), \\ r_t = f_2(h_t, k_t). \end{cases}$$

Problème des ménages:

Le ménage représentatif maximise

$$\max \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t, 1 - h_t),$$

$$\textit{t.q. } c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + \frac{b_{t+1}}{R_t} = (1-\tau_t^h)w_t h_t + (1-\tau_t^k)r_t k_t + b_t.$$

Variables d'état: k_t, b_t

Variables de contrôle: k_{t+1}, h_t et b_{t+1}.

Donc nous pouvons réécrire le problème comme

$$V(k_t, b_t) = \max_{k_{t+1}, h_t, b_{t+1}} \quad u(c_t, 1 - h_t) + \beta V(k_{t+1}, b_{t+1}),$$

$$\textit{t.q.}\ c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t + \frac{b_{t+1}}{R_t} = (1 - \tau_t^h)w_t h_t + (1 - \tau_t^k)r_t k_t + b_t.$$

La CPO par rapport à l'investissement est

$$u_1(c_t, 1 - h_t) = \beta V_1(k_{t+1}, b_{t+1}),$$

ce qui, combiné avec le théorème de l'☒ sur k_t

$$V_1(k_t, b_t) = [(1 - \tau_t^k)r_t + 1 - \delta]u_1(c_t, 1 - h_t),$$

nous donne finalement

$$u_1(c_t, 1 - h_t) = \beta u_1(c_{t+1}, 1 - h_{t+1})[(1 - \tau_{t+1}^k)r_{t+1} + 1 - \delta].$$

La CPO par rapport au travail est

$$(1-\tau_t^h)w_t u_1(c_t, 1-h_t) = u_2(c_t, 1-h_t).$$

Finalement, la CPO par rapport aux bons est

$$\frac{1}{R_t}u_1(c_t, 1-h_t) = \beta V_2(k_{t+1}, b_{t+1}),$$

ce qui, combiné avec le théorème de l'☒ sur b_t

$$V_2(k_t, b_t) = u_1(c_t, 1-h_t),$$

nous donne

$$\frac{1}{R_t}u_1(c_t, 1-h_t) = \beta u_1(c_{t+1}, 1-h_{t+1}).$$

Combinant $CPO[k_{t+1}]$ et $CPO[b_{t+1}]$, on trouve la condition d'arbitrage suivante

$$R_t = (1 - \tau^k_{t+1}) r_{t+1} + 1 - \delta.$$

Cette relation qui n'inclue aucune quantité que le ménage peut ajuster est une condition d'arbitrage.

Puisqu'on n'a besoin que d'un seul actif pour accomplir toutes les transactions intertemporelles dans cette économie déterministique, il faut que les deux actifs présents (capital et bons) aient le même rendement.

Définition d'un équilibre compétitif (pour dépenses publiques données):

Un équilibre compétitif est constitué:

- d'allocations $\left[\{c_t\},\{k_t\},\{h_t\},\{g_t\}\right]_{t=0\ldots+\infty}$,
- de prix $\left[\{w_t\},\{r_t\},\{R_t\}\right]_{t=0\ldots+\infty}$
- et de "politiques gouvernmentales" $\left[\{g_t\},\{\tau_t^k\},\{\tau_t^h\},\{b_t\}\right]_{t=0\ldots+\infty}$, tels que:

(a) Étant donné les prix et les "politiques gouvernmentales", les firmes et les ménages satisfont leurs problèmes respectifs,

(b) La contrainte de ressource agrégée est satisfaite pour tout t,

(c) Étant donné les prix et les allocations, les "politiques gouvernmentales" satisfont la contrainte de budget gouvernementale pour tout t.

Bien sûr, l’équilibre compétitif dépend des “politiques gouvernementales” exogènes.

Cela motive notre intérêt à ce que l’on appelle le “problème de Ramsey”.

Dans le problème de Ramsey, le but du gouvernement est de maximiser le bien-être du ménage représentatif, tout en levant des revenus donnés par l’intermédiaire de taxes distortionnaires.

Le gouvernement sait comment les ménages “réagissent” à des taxes données et donc utilise cette “fonction de réaction” pour déterminer les taxes optimales.

“<u>Problème de Ramsey</u>”: Étant donné k_0 et b_0, choisir un équilibre compétitif qui maximise l’utilité escomptée à horizon infini du ménage représentatif.

Problème de Ramsey

Les revenus du gouvernement obtenus par la taxation sont égaux à $\tau_t^k r_t k_t + \tau_t^h w_t h_t$.

Dénotez les prix nets (après taxes) du capital et du travail par $\widetilde{r}_t = (1 - \tau_t^k) r_t$ et par $\widetilde{w}_t = (1 - \tau_t^h) w_t$, respectivement.

Donc, les revenus d'impôts sont égaux à

$$(r_t - \widetilde{r}_t) k_t + (w_t - \widetilde{w}_t) h_t = f(h_t, k_t) - \widetilde{r}_t k_t - \widetilde{w}_t h_t.$$

Insérons cette expression dans la contrainte budgétaire du gouvernement et obtenons:

$$g_t = f(h_t, k_t) - \widetilde{r}_t k_t - \widetilde{w}_t h_t + \frac{b_{t+1}}{R_t} - b_t.$$

[En procédant comme cela, nous avons ainsi incorporé les conditions de premier ordre du problème des firmes dans la contrainte de budget du gouvernement. Le choix des politiques gouvernementales est toujours restreint par la contrainte de ressource agrégée, de même que les conditions de premier ordre du problème des ménages.]

Objectif du gouvernement: trouver des séquences $\{\tau_t^h, \tau_t^k\}$ afin de maximiser le bien-être des consommateurs.

1. Il doit d'abord choisir (UNE FOIS POUR TOUTE) ces taxes - ET S'Y COMMETTRE,

2. Ensuite, l'équilibre compétitif détermine comment les ménages réagissent à ces taxes chaque période.

$\Rightarrow$ les CPO des firmes et des ménages, de même que les contraintes de ressource agrégées sont des contraintes du problème du gouvernement!

- *Problème:* les variables de contrôle des ménages sont seulement définies de manière implicite, à travers les conditions de premier ordre.

- *Solution:* nous devons donc traiter le problème comme un problème de Lagrangien, où le gouvernement choisit les taxes **et** les variables de contrôle des ménages, avec la restriction que les variables de contrôle des ménages satisfassent les conditions de premier ordre.

Donc, le problème du gouvernement peut être écrit comme

$$\max_{\substack{\{\tau_t^h\} \\ \{\tau_t^k\} \\ \{k_{t+1}\} \\ \{h_t\} \\ \{b_{t+1}\} \\ \{c_t\}}} \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t \left[\begin{array}{l} u(c_t, 1-h_t) \\ +\Phi_t\left[f(h_t,k_t) - \widetilde{r}_t k_t - \widetilde{w}_t h_t + \frac{b_{t+1}}{R_t} - b_t - g_t\right] \\ +\Theta_t[f(h_t,k_t) - c_t - k_{t+1} + (1-\delta)k_t - g_t] \\ +\mu_{1t}[u_2(c_t,1-h_t) - \widetilde{w}_t u_1(c_t,1-h_t)] \\ +\mu_{2t}[u_1(c_t,1-h_t) - \beta u_1(c_{t+1},1-h_{t+1})[\widetilde{r}_{t+1} + 1 - \delta]] \end{array} \right]$$

$$\text{où } R_t = \widetilde{r}_{t+1} + 1 - \delta.$$

Heureusement, la conclusion que nous cherchons à souligner ne nécessite pas de complètement résoudre le problème du gouvernement.

En fait, nous allons uniquement regarder une des conditions d'optimisation, la CPO par rapport à l'investissement, c'est à dire par rapport à k_{t+1}:

$$\beta\{\Phi_{t+1}[f_2(h_{t+1},k_{t+1})-\tilde{r}_{t+1}]+\Theta_{t+1}[f_2(h_{t+1},k_{t+1})+1-\delta]\}-\Theta_t = 0.$$

Supposons que les dépenses publiques restent constantes après une certaine période ($g_t = g, \forall t \geq T$) et que la solution du problème de Ramsey converge vers un état stationnaire.

Alors, à partir de la CPO ci-dessus, nous savons que:

$$\beta\{\Phi[r - \tilde{r}] + \Theta[r + 1 - \delta]\} = \Theta.$$

À partir the $CPO[k_{t+1}]$ dans l'équilibre compétitif, nous avons à l'état stationnaire que:

$$1 = \beta[\tilde{r} + 1 - \delta].$$

Insérons cela et obtenons:

$$(\Phi + \Theta)[r - \tilde{r}] = 0.$$

On peut montrer que les multiplicateurs Lagrangiens associés à la contrainte de ressource agrégée et à la contrainte de budget du gouvernement doivent être positifs.

Donc, $[(\Phi + \Theta)[r - \tilde{r}] = 0]$ implique que $r_t = \tilde{r}_t$.

Ainsi nous obtenons le résultat classique que

$$\tau_t^k = 0,$$

pour $t \geq T$.

Donc si l'équilibre a un état stationnaire, la politique gouvernementale optimale consiste à ramener le taux de taxation du capital à zéro après un moment!

Bien sûr, ce n'est pas le cas pour la taxe sur le travail.

INTUITION:

- Taxer les facteurs les moins élastiques réduit les distortions.
- À $t = 0$, le capital dans un futur lointain est offert de façon très élastique, puisque les ménages peuvent graduellement réduire le stock de capital.
- Par contre, l'offre de travail ne peut s'ajuster aussi facilement, puisqu'un tel ajustement baisserait immédiatement l'utilité courante.
- Donc, pour financer des dépenses données, il est préférable de taxer les revenus du travail, plutôt que ceux du capital.

Ce résultat classique est robuste à certains changements d’hypothèses:

- Il est valide (a) si le gouvernement peut émettre des dettes publiques (comme dans ce modèle) ou (b) si le gouvernement est obligé de garder un budget équilibré (auquel cas, on peut suivre la même preuve en forçant $b_t = b_{t+1} = 0$ dans le problème du Lagrangien).

- Ce résultat fort n’est pas dû à des considérations d’efficience puisque nous n’avons pas considéré de taxes forfaitaires.

Deux hypothèses sont importantes:

- Techniquement, il est imposé que $\tau_0^k = 0$ (ou au moins soit borné par au-dessus). L'idée est que si le gouvernement pouvait choisir τ_0^k arbitrairement élevé, et par la suite choisir $\tau_t^h = \tau_t^l = 0$, *il éviterait toute taxation distortionnaire en taxant le capital fixe à* $t = 0$ (bien sûr, cela pourrait impliquer un taux de taxe ≥ 1 auquel cas les ménages pourraient toujours ne pas louer leur capital...)

- Mais l’hypothèse vraiment déterminante a été de supposer que le gouvernement peut se commettre, à $t = 0$, à des taxes futures. Pourquoi?
  - Une fois qu’une période a été atteinte, le stock de capital pour cette période devient inélastique et le taxer serait semblable à de la taxation forfaitaire et éviterait des distortions.
  - Donc, un gouvernement (même bénévole) aurait une incitation à renoncer à ses promesses et lever une taxe élevée sur le capital.
  - Mais bien sûr, les ménages réaliseraient cette possibilité et tout fouterait le camp!!! (*En particulier, la méthode pour dériver le résultat établi.*)
  - Cela nous mène vers le domaine de la cohérence temporelle des politiques.

COHÉRENCE TEMPORELLE:

- L'équilibre compétitif a une formulation récursive

Considérez le problème typique

$$\max \; E_0 \sum \beta^t u(z_t, s_t, d_t),$$

1. z_t: variables d'état "choisies" par la nature (exogène, stochastique: $z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_t)$).
2. s_t: variables d'état sous le contrôle du décideur.
3. d_t: variables de contrôle.

La loi de transition de s_t étant donné les actions d_t par l'agent et z_t “par nature” est

$$s_{t+1} = g(z_t, s_t, d_t).$$

Les décisions optimales de l'agent sont dénotées

$$d_t = h(z_t, s_t).$$

Ce type de problèmes a une formulation récursive.

[*(i)* la fonction d'utilité est additivement séparable, *(ii)* les décisions à la date t n'influent que l'utilité à t et ultérieurement.]

$\Rightarrow$ caractère séquentiel du problème $\Rightarrow$ résolu par une procédure récursive.

INTUITION: Prenez un problème usuel. Considérez d'abord un horizon fini T.

1. On pourrait résoudre à partir de la dernière période pour un $\{z_T, s_T\}$ donné, générant ainsi une règle de décision $h^T(z_T, s_T)$.
2. On pourrait résoudre le problème à la date $T-1$, utilisant la règle de décision h^T, et générant une règle de décision $h^{T-1}(z_{T-1}, s_{T-1})$.
3. On pourrait procéder ainsi, de manière récursive, jusqu'à la période courante. (L'agent peut résoudre son problème maintenant, sachant comment il prendra ses décisions dans le futur.)
4. Il est clair qu'une fois que la période τ, $0 < \tau \leq T$, est atteinte l'agent n'a aucune raison d'utiliser une règle différente que celle prescrite.
5. En fait, l'argument montre que si une séquence $\{h^t, 0 \leq t \leq T\}$ est optimale à $t = 0$, alors $\{h^t, s \leq t \leq T\}$ reste optimale une fois la période s atteinte.

6. Cette propriété est connue comme le principe d’optimalité de Bellman.

Quand l’horizon est infini, nous savons que nous pouvons laisser tomber les indices de période et que les règles de décisions seront indépendantes du temps. Dans ce cas aussi, les agents n’ont pas de raison de changer leur décisions dans le futur.

- La critique de Lucas:

Rappellez vous du problème

$$\max_{\{d_t\}} \ E_0\left\{\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(z_t, s_t, d_t)\right\},$$

$$t.q. \begin{cases} z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_t), \\ s_{t+1} = g(z_t, s_t, d_t). \end{cases}$$

Optimisation → $d_t = h(z_t, s_t)$.

1. Dans les applications pour déterminer les politiques macroéconomiques, $\{d_t\}$ était interprété comme un vecteur de politiques (taxes, dépenses publiques, masse monétaire).
2. $\{s_t\}$ était considéré comme une ensemble de variables endogènes (PIB, travail...)
3. La fonction $g(.)$ était un “modèle économétrique” de l’économie.
4. L’idée était d’implémenter ce setup dans le contexte de modèles macroéconométriques pour faire des jugements quantitifs sur des politiques particulières.
5. Mais cela suppose que les fonctions f et g sont fixes et indépendentes du choix de h par le gouvernement.
6. Mais rappelez vous que $s_{t+1} = g(z_t, s_t, d_t)$ constitue un modèle économétrique du comportement d’agents privés.
7. Les décisions des agents privés sont incluses dans le g du gouvernement. Mais ces agents optimisent.
8. L’hypothèse que g est indépendant de h par le gouvernement n’est pas consistente avec le fait que les agents privés maximisent leurs problèmes...

9. Voilà l’essence de la critique de Lucas. Les modèles macroéconométriques devraient reconnaître que les règles de décision des agents privés ne sont pas invariantes aux politiques gouvernementales.

Qu’est-ce que cela implique pour la modélisation des politiques économiques?

Aparté:

Pourquoi est-ce que le principe d’optimalité ne s’applique pas dans ce genre de problème?

Réponse longue: voir les notes.

Réponse courte: tourner la page.

- Analyse d'interactions mutuelles entre des ménages et un gouvernement.
  - $\rightarrow$ on peut penser à un jeu entre un gouvernement et un ménage représentatif.
  - chaque période, le gouvernement (leader) agit, puis le ménage (follower) réagit.
  - le gouvernement choisit ses politiques en tenant compte de comment son choix affecte les décisions des ménages.
  - En particulier, on a que

$$\text{décisions}_{t_1}^{\text{ménage}} = \text{fonction}_{t_1}(\text{politiques}_{t_2}^{\text{gouvernement}}, t_2 \geq t_1).$$

  - Donc, les politiques$_{t_2}^{\text{gouvernement}}$ ont un effet sur l'utilité du gouvernement à des dates antérieures à t_2.
  - Donc le problème n'est plus un problème séquentiel pour lequel le principe d'optimalité s'applique. C'est parce que l'effet des politiques futures rentrent dans l'utilité courante. Donc en choisissant une politique à une date t_2, le gouvernement prend en compte l'influence de ce choix sur le ménage dans des périodes précédentes.

- DONC, si une séquence de politiques $\{politiques\}_{t \geq t_1}$ est optimale à la date t_1, ce n'est pas forcément les cas que le "bout" de cette même séquence $\{politiques\}_{t \geq t_2}$ soit optimale une fois à t_2.
- DONC, le gouvernement peut avoir une incitation à changer une fois à t_2. Le ménage réalise cela. Donc le manque de commitement de la part du gouvernement nous empêche de procéder comme d'habitude.
- Ce genre de considérations a été mise en évidence par un papier classique de Kydland et Prescott (JPE 1977) qui font référence à cette situation en termes de "time inconsistency of optimal plans".

Incohérence temporelle: quelques exemples illustratifs.

- <u>Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans</u>

Kydland and Prescott (JPE 1977).

Voir lab.

L'idée est de montrer que "*a time-consistent plan is typically sub-optimal*".

Comme expliqué par Kydland-Prescott, ”la raison pour laquelle des politiques “time-consistent” sont sous-optimale n’est pas dûe à de la myopie. L’effet des décisions courantes sur le futur est pris en considération. C’est plutôt parce qu’il n’y a pas de mécanisme qui fasse que les gouvernements futurs prennent en considération l’effet de leurs politiques sur les décisions courantes des agents.

On ne peut utiliser la programmation dynamique. Ces dernières techniques ne peuvent pas être utilisées lorsque les décisions des ménages dépendent des anticipations de politiques futures.

- Le biais inflationnaire de la politique monétaire:

Une illustration du débat “discrétion vs. règle”.

- Typiquement dans les modèles, quand les changements d’offre monétaire sont anticipés, la monnaie est “neutre”.
- Cependant, des changements non-anticipés peuvent avoir des effets rééls.
- Donc, la banque centrale (“BC”) peut avoir une incitation à utiliser des changements non-anticipés de la masse monétaire pour réduire le chômage par exemple (suivant la logique d’une courbe de Phillips).
- Les ménages réalisent cela également.
- Donc, la question du commitement réapparaît à nouveau: est-ce que la BC peut annoncer une politique afin d’influencer les agents privés, et ensuite mettre en place une autre?

Considérez le jeu (statique) suivant:

1. La BC annonce une politique, c'est à dire un taux d'inflation π^a.

2. Les contrats de salaires (nominaux) sont négociés dans le secteur privé, basé sur une inflation espérée π^e.

3. La BC implémente une politique monétaire, c'est à dire un taux d'inflation π, qui peut être ou ne pas être celui annoncé en (1).

- L'incitation du gouvernement à changer de politique entre (1) et (3) est qu'une fois que les salaires nominaux sont négociés en (2), "créer" de l'inflation réduirait les salaires réels, et donc augmenterait l'emploi.

Supposez qu'il existe une relation du style de la courbe de Phillips:

$$x = x^* + (\pi - \pi^e),$$

où x est le taux d'emploi et x^* le taux "naturel".

Ainsi, le tradeoff (π, x) auquel la BC fait face dépend du taux d'inflation espéré. En fait, l'incitation à "dévier" va elle même influencer π^e et donc la conduite de la politique monétaire.

- Supposons que le taux optimal de l'inflation soit $\pi^o = 0\%$.

- Supposons que le taux optimal d'emploi soit $x^o > x^*$.

- Prenons comme "loss function":

$$L(x, \pi) = \pi^2 + \lambda(x - x^o)^2, \qquad \lambda > 0.$$

- Supposons que les anticipations soit rationnelles,

$$\pi^e = \pi.$$

“First best”:

Le meilleur outcome $[\pi = 0, x = x^o]$ n’est pas consistant avec les anticipations rationnelles.

Si $\pi = 0$, alors la courbe de Phillips implique que $\pi^e = x^* - x^o < 0$, et donc $\pi \neq \pi^e$. Il faut donc accepter une déviation soit du taux d’inflation optimal, soit du taux d’emploi optimal.

“Second best”: *avec commitement*

Le commitement est possible du fait d’une “loi” que la BC doit suivre. Disons que la loi dise que la BC doit suivre un taux d’inflation de 0%.

1. Dans l’étape #1, la BC annonce $\pi^a = 0\%$.
2. Dans l’étape #2, les contrats sont écrits, basés sur $\pi^e = \pi^a$ (à cause du commitement).
3. Dans l’étape #3, la politique π^a est (obligatoirement) mise en place.
4. Qu’advient-il de la loss function?

$$L(\pi, x) = L(0, x^*) = \lambda(x^o - x^*)^2.$$

“Third-best”: *sans commitement*

1. Dans l’étape #1, la BC annonce $\pi^a = 0\%$.

2. Dans l’étape #2, les contrats sont écrits, basés sur π^e.

3. Dans l’étape #3, la BC met en place une politique π.

Montrons d'abord que $\pi^e = 0\%$ (comme annoncé) n'est pas compatible avec des anticipations rationnelles et le fait que le public comprenne les incitations de la BC ex-post.

Si $\pi^e = 0\%$, alors en 3ème étape, le choix de la BC pour π provient de la minimisation de

$$\begin{aligned} L(x,\pi) &= \pi^2 + \lambda(x - x^o)^2, \\ &= \pi^2 + \lambda(x^* + \pi - \pi^e - x^o)^2, \\ &= \pi^2 + \lambda(x^* + \pi - x^o)^2. \end{aligned}$$

La CPO est

$$\begin{aligned} \pi + \lambda(x^* + \pi - x^o) &= 0, \\ \Longrightarrow \pi &= \tfrac{\lambda}{1+\lambda}(x^o - x^*) > 0. \end{aligned}$$

Donc, l'annonce faite dans la 1ère étape ne peut être crue.

En fait, quelle serait la politique “time-consistent”?

A. Cela voudrait dire que l’annonce dans l’étape #1 n’aurait aucune valeur.

B. Dans l’étape #2, les ménages forment des anticipations π^e.

C. Dans l’étape #3, la BC

$$\min_{\pi} \ \pi^2 + \lambda(x^* + \pi - \pi^e - x^o)^2.$$

L'équilibre requiert que la CPO soit satisfaite pour le π^e donné et que la politique π en résultant soit égale à π^e.

Cela implique un système

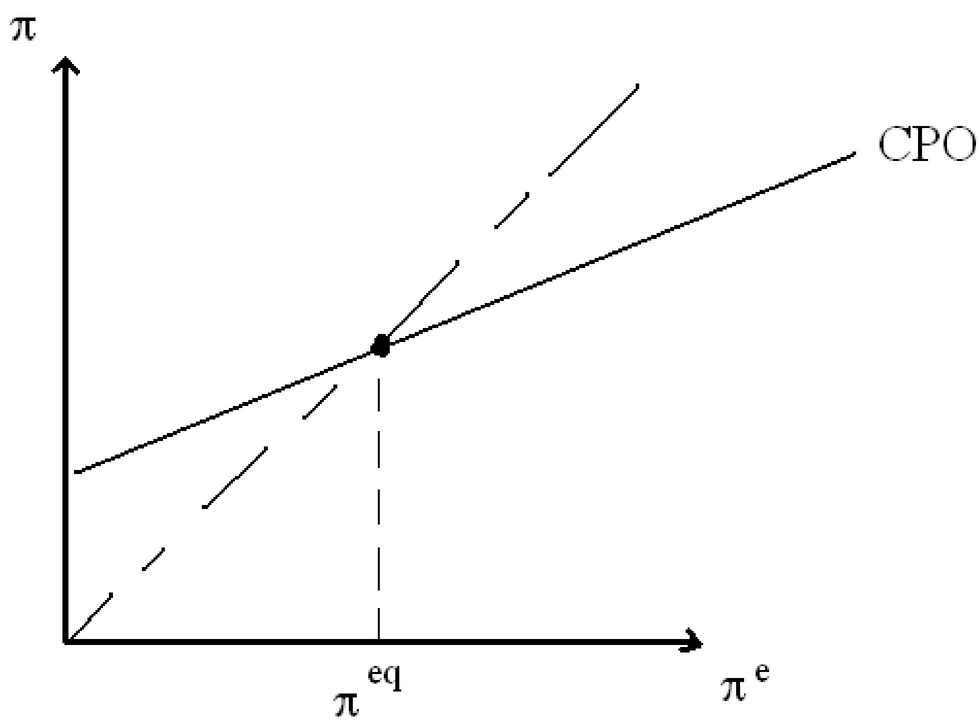
$$\begin{cases} \pi + \lambda(x^* + \pi - \pi^e - x^o) = 0, \\ \pi = \pi^e. \end{cases}$$

On trouve donc que $\pi^{eq} = \lambda(x^o - x^*) > 0$. C'est la solution "time consistent".

L’idée est que quand l’inflation espérée π^e est basse, le coût marginal de π est bas et il y a incitation à créer de l’inflation. Cela crée un biais inflationnaire. Et l’annonce n’est pas crûe.

À l’équilibre, $\pi = \pi^e = \pi^{eq}$ et $x = x^*$.

La loss function est égale à $(1+\lambda)\lambda(x^o - x^*)^2$. On peut vérifier que c’est pire qu’avec commitement.


π
CPO
π^eq
π^e

Intéressant théoriquement.

- Pas facile à tester empiriquement. Comment mesurer l’abilité des CB à se commettre?
- Utiliser une règle: difficile de prévoir toutes les circonstances...
- Est-ce qu’il y a des mécanismes pour restreindre ce biais inflationiste?
  - délégation,
  - réputation.

Un modèle de délégation:

Idée: déléguer à un "policymaker" qui est connu pour être très averse à l'inflation.

On procède comme avant

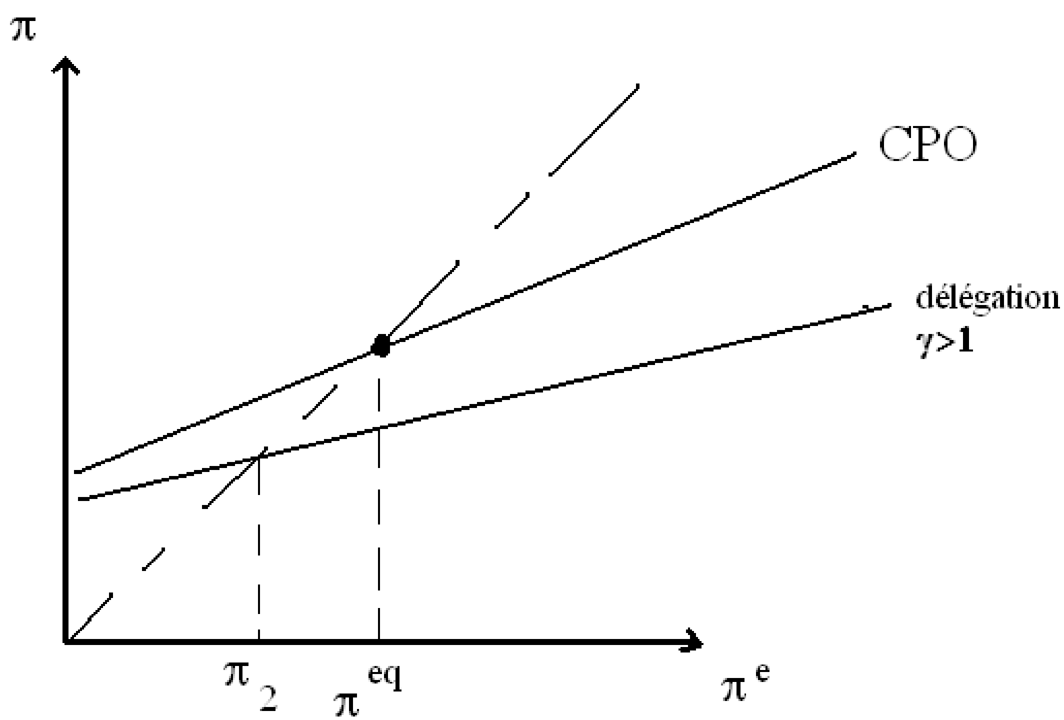
$$\begin{cases} x = x^* + \pi - \pi^e, & \textit{(courbe de Philipps)}, \\ L' = \gamma\pi^2 + \lambda(x - x^o)^2, & \textit{(loss function)}, \end{cases}$$

où $\gamma > 1$ pour représenter le fait que le policymaker soit très averse à l'inflation.

Le problème (du policymaker à qui la politique monétaire est déléguée) est de mimimiser L'. Après imposition de $\pi = \pi^e$, on trouve que

$$\pi^{eq} = \frac{\lambda(x^o - x^*)}{\gamma}.$$

Comme π est plus bas avec $\gamma > 1$ (et $x = x^*$), le bien-être social augmente.



π
CPO
délégation
γ>1
π 2
π eq
π e

Un modèle de réputation:

- Besoin d’un modèle dynamique pour parler de réputation (la réputation se construit).

- Il faut aussi de l’information asymmétrique pour que les actions de la banque centrale affectent les anticipations d’inflation dans les périodes à venir.

→ en particulier, les ménages ne savent pas forcément les préférences de la banque centrale (“BC”) vis-à-vis du tradeoff inflation/production.

- Ici, nous allons considérer le fait que les BC préfèrent opérer à partir d’anticipations inflationnaires (π^e) basses.

Modèle simplifié:

Le gouverneur de la BC est en place pendant 2 périodes.

La réaction de l'économie à des politiques monétaires n'est pas modélisée en détail (marché “passif”), mais est “résumée” par une courbe de Phillips

$$x_t = x^* + (\pi_t - \pi_t^e).$$

Pour simplifier l'algèbre, supposons que la fonction d'objectif sociale utilisée par la BC soit

$$u_t = \mu(x_t - x^*) - \pi_t^2.$$

Ainsi,

$$u_t = \mu(\pi_t - \pi_t^e) - \pi_t^2.$$

- Il y a deux types de BC (ou deux types de gouverneurs). Les caractéristiques de la BC ne sont pas connues du public avec certitude:

  Banque centrale:

  Type A (prob. p_A) *mêmes préférences que le public*,
  Type B (prob. $1 - p_A$) *seul objectif est l'inflation.*

Donc,

Type A *maximise* $U = u_1 + \beta u_2$,
Type B *chosit* $\pi = 0\%$ *chaque période.*

- Le marché est passif (courbe de Phillips), mais il forme tout de même des anticipations π_t^e.

Banque centrale de type B:

Problème d’une banque centrale de type B (qui ne se préoccupe que de l’inflation):

Trivial, elle choisit

$$\pi_1^B = \pi_2^B = 0\%.$$

(π_i^B: inflation choisie par une BC de type B en période i.)

Banque centrale de type A:

Le problème d'une BC qui ne s'intéresse pas uniquement à l'inflation (type A) est plus intéressant.

Une telle BC veut induire de basses anticipations d'inflation π_2^e, en période 2.

Résultat #1: *décision d'une BC de type* A en deuxième période.

Elle

$$\max_{\pi_2} \; u_2 = \mu(\pi_2 - \pi_2^e) - \pi_2^2,$$

et donc

$$\pi_2^A = \frac{\mu}{2}.$$

Remarques:

- π_2^A est indépendant des anticipations. Sur seulement deux périodes, il n'y a pas d'incitation à *maintenir* une réputation. Ce ne serait pas le cas s'il y avait plus de deux périodes.

- Cependant, cette CB bénéficie malgré tout d'une π_2^e plus basse, d'où l'intérêt à *établir* une réputation. Ceci est l'objet de ce modèle.

Considérons maintenant le problème d'une BC de type A en 1ère période.

Remarque:

- On voit que dès que $\pi_1^A > 0$, toute l'information est révélée au marché. La BC est *forcément* de type A. Dans ce cas $\pi_2^e = \frac{\mu}{2}$.

- Si la CB chosit $\pi_1^A > 0$, elle va choisir $\pi_1^A = \frac{\mu}{2}$. Pourquoi?

La BC choisit π_1 to

$$\max_{\pi_1} \ \mu(\pi_1 - \pi_1^e) - \pi_1^2.$$

(plus précisément, $\max \ \mu(\pi_1 - \pi_1^e) - \pi_1^2 + \beta[\mu(\frac{\mu}{2} - \frac{\mu}{2}) - (\frac{\mu}{2})^2]$)

- La stratégie d'une BC type A est une probabilité $q_0^A \in [0, 1]$ de choisir $\pi_1^A = 0\%$.

Il faut réfléchir à comment le marché va interpréter $\pi_1 = 0$ pour former ses anticipations sur le type de la BC.

La BC de type A peut avoir intérêt à choisir $\pi_1 = 0$ pour influencer π_2^e en sa faveur.

Utilisons la loi de Bayes et les stratégies d'équilibre $\widehat{q}_0^A$,

(belief=)

$$\text{prob(type A} \mid \pi_1 = 0) = \frac{\text{prob(A).prob}(\pi_1{=}0|\text{A})}{\text{prob(A).prob}(\pi_1{=}0|\text{A}) + \text{prob(B).prob}(\pi_1{=}0|\text{B})},$$

$$= \frac{p_A.\widehat{q}_0^A}{p_A.\widehat{q}_0^A+1-p_A}.$$

Dans ce cas, nous avons que

$$\pi_2^e = \frac{p_A.\widehat{q}_0^A}{p_A.\widehat{q}_0^A + 1 - p_A}.\frac{\mu}{2} < \frac{\mu}{2}.$$

On impose de la rationalité séquentielle, c'est à dire qu'à chaque période:

- Étant donné les beliefs, les stratégies sont optimales,
  - Les beliefs sont consistants avec les stratégies d'équilibre.

Calculons le payoff $U(q_0^A)$ d'une BC de type A de "jouer" q_0^A:

$$U(q_0^A) = \quad q_0^A \,.\, [\mu(0\% - \pi_1^e) - (0\%)^2 + \beta(\mu(\frac{\mu}{2} - \frac{p_A.\widehat{q}_0^A}{p_A.\widehat{q}_0^A + 1 - p_A}.\frac{\mu}{2}) - (\frac{\mu}{2})^2)]$$

$$+(1 - q_0^A) \,.\, [\mu(\frac{\mu}{2} - \pi_1^e) - (\frac{\mu}{2})^2 + \beta(\mu(\frac{\mu}{2} - \frac{\mu}{2}) - (\frac{\mu}{2})^2)].$$

Plus simplement,

$$U(q_0^A) = -\mu\pi_1^e + \frac{\mu^2}{4}\left\{q_0^A\,.\,\beta\left(1 - 2\frac{p_A.\widehat{q}_0^A}{p_A.\widehat{q}_0^A + 1 - p_A}\right) + (1 - q_0^A)\,.\,(1-\beta)\right\}$$

Nous pouvons vérifier que

$$\frac{dU(q_0^A)}{dq_0^A} = \frac{\mu^2}{4}\left[2\beta\frac{1 - p_A}{p_A.\widehat{q}_0^A + 1 - p_A} - 1\right].$$

Il y a trois équilibres possibles à considérer:

$$\begin{cases} q_0^A = 0, & \textit{type A choisit toujours } \pi_1 = \frac{\mu}{2}, \\ q_0^A \in (0,1), & \textit{type A randomise,} \\ q_0^A = 1, & \textit{type A choisit toujours } \pi_1 = 0. \end{cases}$$

- Existe-t-il $q_0^A \in (0,1)$ tel que $\frac{dU(q_0^A)}{dq_0^A} = 0? \rightarrow$ Équilibre mixe.
    - On peut extraire

$$q_0^A = (2\beta - 1)\frac{1 - p_A}{p_A},$$

    - Pour cela, il faut que

$$\frac{1}{2} < \beta < \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - p_A}.$$

Équilibres purs?

- Si $\beta < \frac{1}{2}$, alors $\frac{dU(q_0^A)}{dq_0^A} < 0$ et $q_0^A = 0$ est un équilibre:

  Si $\beta < \dfrac{1}{2}$, alors $(\pi_1^A, \pi_2^A) = (\dfrac{\mu}{2}, \dfrac{\mu}{2})$ est l'équilibre.

- Si $\beta > \frac{1}{2} . \frac{1}{1-p_A}$, alors $\frac{dU(q_0^A)}{dq_0^A} > 0$ et $q_0^A = 1$ est un équilibre:

  Si $\beta > \dfrac{1}{2} . \dfrac{1}{1-p_A}$, alors $(\pi_1^A, \pi_2^A) = (0, \dfrac{\mu}{2})$ est l'équilibre.

Implications - extensions:

- L’impact de la réputation est plus grand quand plus de poids est mis sur le futur (β élevé).
- L’importance de la réputation est plus grand quand il y a plus de périodes.
- La politique gouvernementale est dynamiquement consistente: le gouvernement ne désire pas changer le plan initial. Cela est dû au fait que l’on utilise la notion de rationalité séquentielle.

UN EXEMPLE DE POLITIQUE FISCALE:

→→→ modèle stylisé, mais point méthodologique.

Il y a un grand nombre de consommateurs homogènes et un gouvernement.

La technologie de production implique un produit marginal du capital constant $R > 1$ et un produit marginal du travail est égale à 1.

Les consommateurs prennent des décisions dans deux périodes différentes:

- consommation-investissement d'abord,
- consommation-travail ensuite.

Dans la première étape, les consommateurs commencent avec ω unités du biens de consommation: ils consomment c_1 et épargnent k.

Dans la deuxième étape, ils consomment c_2 et travaillent l unités de temps. Les revenus de la 2ème sont $(1-\tau_k)Rk + (1-\tau_h)l$, après taxes.

Un consommateur, étant donné τ_k et τ_h, choisit $(c_1, k; c_2, l)$ pour

$$\max \quad U(c_1 + c_2, l), \qquad (1)$$

$$t.q. \quad \begin{cases} c_1 + k \leq \omega, \\ c_2 \leq (1-\tau_k)Rk + (1-\tau_h)l. \end{cases}$$

[si $(1-\tau_k)R = 1$, le consommateur épargne toute sa dotation.]

La contrainte budgétaire du gouvernement est

$$G \leq \tau_k RK + \tau_h L, \qquad (2)$$

où G est exogène.

[Supposez que $G > R\omega$, de façon à ce que le gouvernement ait toujours besoin de taxer le travail.]

- <u>Taxation du capital avec commitement:</u>

Dans une économie avec commitement, le gouvernement choisit les taux de taxes avant que les agents privés ne prennent leurs décisions.

Dénotons $x_1 = (c_1, k)$ et $x_2 = (c_2, l)$ les allocations d'un individu dans les deux périodes.

Dénotons $\pi = (\tau_k, \tau_h)$ la politique gouvernementale.

Definition *Un équilibre compétitif* (X, π) *est une allocation* (X_1, X_2) *et une politique gouvernementale* π *satisfaisant*

1. Étant donné π, l'allocation résoud le problème du consommateur (1),

2. Étant donné l'allocation (X_1, X_2), la politique gouvernementale π satisfait la contrainte de budget gouvernementale (2).

Dénotons E l'ensemble des politiques π pour lesquelles un équilibre existe. Supposez que pour chaque π dans E, il y ait une unique allocation $X(\pi)$; $S(\pi, X(\pi))$ est l'utilité sous la politique π:

$$S(\pi, X(\pi)) \; = U(C_1(\pi) + C_2(\pi), L(\pi)).$$

Une paire (π, X) est un *équilibre de Ramsey* si π résoud

$$\max_{\pi \in \mathrm{E}} \; S(\pi, X(\pi)).$$

Proposition *L'équilibre de Ramsey* (π, X) *a une allocation en première période* $C_1 = 0$ *et* $K = \omega$ *et un taux de taxation du capital* $\tau_k = (R - 1)/R$.

- Si la taxe sur la capital est telle que $(1 - \tau_k)R \geq 1$, les consommateurs épargnent leur dotations entières. Si $(1 - \tau_k)R < 1$, alors ils n'épargnent rien.

- La taxe sur le capital agit comme une taxe forfaitaire si $\tau_k \leq (R - 1)/R$. Donc il est optimal d'obtenir le plus de revenu possible de cette taxe.

- Puisque $G > R\omega$, G est plus grand que les revenus maximum de cette taxe sur le capital, donc il est optimal de choisir $\tau_k = (R - 1)/R$ et $K = \omega$; τ_h est choisi pour balancer la contrainte de budget du gouvernement.

- <u>Taxation du capital sans commitement:</u>

→→→ Le manque de commitement est modélisé en supposant que le gouvernement choisit ses politiques **après** que les consommateurs aient pris leurs décisions.

Le timing est le suivant:

(i) les consommateurs prennent leurs décisions de première période,

(ii) le gouvernement choisit les taux de taxation,

(iii) les consommateurs prennent leurs décisions de seconde période.

Donc les taux de taxes dépendent des décisions de première période.

Une politique gouvernementale n'est plus une paire de taux, mais plutôt $[\tau_k(X_1), \tau_h(X_1)]$.

La décision des consommateurs en deuxième période dépend de ce qui a été décidé en première période X_1 et des taux sélectionnés: $[c_2(X_1, \pi), l(X_1, \pi)]$.

Un équilibre est défini de façon récursive:

- D’abord, un équilibre pour la deuxième période est défini, à partir des décisions précédentes du gouvernement et des ménages.
- Les allocations en résultant sont utilisées pour définir le problème du gouvernement.
- Ensuite, un équilibre est défini pour la première période.
- En combinant tout cela, nous obtenons un équilibre à cohérence temporelle.

1. **Équilibre en deuxième période**: Étant donné (X_1, π), les allocations $[c_2(X_1, \pi), l(X_1, \pi)]$ résolvent

$$\max_{c_2, l} \quad U(c_1 + c_2, l),$$

$$\textit{s.t. } c_2 \leq (1 - \tau_k)Rk + (1 - \tau_h)l.$$

2. **Problème du gouvernement**: Étant donné X_1 et sachant que les décisions futures vont être déterminées par le problème résolu ci-dessus, le gouvernement choisit $\pi(X_1)$ afin de maximiser le bien-être du consommateur. La fonction d'objectif du gouvernement est $U(C_1 + C_2(X_1, \pi), L(X_1, \pi))$, sujette à sa contrainte de budget.
3. **Équilibre en première période**: Chaque consommateur choisit $X_1 = (c_1, k)$ (et $[c_2(X_1, \pi), l(X_1, \pi)]$). Il prend $\pi(X_1)$ comme donné (mais son choix n'affecte pas cette dernière relation qui est basée sur X_1 *agrégé*).

Nous avons défini un équilibre à cohérence temporelle avec rationalité séquentielle pour le gouvernement et les agents.

Proposition *L'équilibre a une allocation en première période* $C_1 = \omega$ *et* $K = 0$ *et un taux* $\tau_k(X_1) = 1$.

- Pour tout $X_1 = (C_1, K)$, il est optimal pour le gouvernement d'obtenir le plus de revenus possible par la taxation du capital.

- Par hypothèse, $G > R\omega$, donc même si toute la dotation est épargnée et le capital en résultant est complètement taxé, les revenus ne vont pas couvrir toutes les dépenses. Donc $\tau_k(X_1) = 1$.

- Avec une telle taxe, il est optimal pour les consommateurs de ne rien épargner et de consommer toute leur dotation.

Proposition *L'utilité dans l'équilibre "time-consistent" est strictement inférieure à celle dans l'équilibre de Ramsey.*

(voir notes.)